

ВВЕДЕНИЕ В ПУАССОНОВУ И БИГАМИЛЬТОНОВУ ГЕОМЕТРИИ

доц. И.К.Козлов, 1/2 года, 3-5 курс и аспиранты

специкурс будет проходить по понедельникам в ауд. 16-13,
начало в 18:30, первая лекция — 2 марта 2020 г.

В курсе будет рассказано о геометрии линейных пространств, на которых заданы одна или две кососимметрические билинейные формы, а также о геометрии их естественных аналогов в дифференциальной геометрии. Будет дано определение согласованных скобок Пуассона, а также рассказано об основных на данный момент известных фактах об их локальном и глобальном устройстве.

ПРОГРАММА СПЕЦКУРСА

1. Геометрия линейных симплектических и пуассоновых пространств.
2. Геометрия линейных пространств с парой кососимметрических форм на них. Теорема Жордана-Кронекера.
3. Билагранжев грассманиан. Инвариантные билагранжевы подпространства.
4. Симплектические и пуассоновы многообразия. Гамильтоновы векторные поля. Симплектические листы скобок Пуассона. Линеризация пуассоновых структур. Скобки Ли-Пуассона. Пуассоновы когомологии.
5. Теорема Дарбу-Вайнштейна. Разложение Леви для скобок Пуассона.
6. Гамильтоновы действия. Интегрируемые гамильтоновы системы. Лагранжевы расслоения. Теорема Лиувилля. Глобальные координаты действие-угол.
7. Невырожденные особенности. Теорема Элиассона. Теорема Зунга о почти прямом произведении.
8. Тензор Нийенхейса поля эндоморфизмов. Геометрия Нийенхейса.
9. Согласованные скобки Пуассона (симплектический случай). Невырожденные бигамильтоновы структуры. Теорема Туриэля о каноническом виде пары согласованных симплектических структур. Интегрируемость инвариантных распределений.
10. Согласованные скобки Пуассона (кронекеров случай). Кронекеровы сети. Плоские бигамильтоновы структуры.
11. Согласованные скобки Пуассона (смешанный случай). Теорема Туриэля о расщеплении бигамильтоновых структур в произведение симплектической и кронекеровой составляющих. Локальная биинтегрируемость бигамильтоновых систем.
12. Невырожденные особенности бигамильтоновых систем.
13. Примеры бигамильтоновых систем. Метод сдвига аргумента.
14. Инварианты Жордана-Кронекера алгебр Ли. Реализация инвариантов Жордана-Кронекера. Инварианты Жордана-Кронекера представлений.
15. Обобщённая гипотеза Мищенко-Фоменко. Различные способы биинтегрирования бигамильтоновых систем.